

6. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfadeler Konusundaki Hataları¹

Arzu KARACAKÖYLÜ*

Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü,
Kırıkkale / Türkiye, arzu_2209@hotmail.com, ORCID: 0000-0001-5295-2044

Tuba GÖKÇEK

Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü,
Kırıkkale / Türkiye, tubagokcek@kku.edu.tr, ORCID: 0000-0003-2923-070X

Öz

Bu araştırmanın amacı, 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki hatalarının incelenmesidir. Araştırma, Kırıkkale merkezde bulunan bir devlet okulunda öğrenimine devam eden 54 6. sınıf öğrencisi üzerinde yürütülmüştür. Çalışma grubunun belirlenmesinde kritik durum örnekleme modeli kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak 10 açık uçlu sorudan oluşan “Cebirsel İfadeler Hataları Belirleme Ölçeği” kullanılmıştır. Araştırma, nitel ve nicel yöntemlerin bir arada kullanıldığı karma araştırma tasarımı ile yürütülmüştür. Araştırmanın modelinde eş zamanlı dönüşümsel model uygun görülmüştür. Bu doğrultuda, belirlenen çalışma grubu ile öğretim programında yer alan cebirsel ifadelerle yönelik alt öğrenme alanında bulunan kazanımlara göre oluşturulan sorulardan oluşan formda öğrencilerin sorulara vermiş oldukları yanıtlar, içerik analizine tâbi tutularak öğrencilerin hataları irdelenmiş ve kodlar oluşturulmaya

¹ Bu çalışma 6-8 Eylül 2018 tarihlerinde Amasya’da gerçekleştirilen Uluslararası Öğrenme, Öğretim ve Eğitim Araştırmaları Kongresinde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

* Sorumlu Yazar. Tel: +90 506 638 8610 | Araştırma Makalesi.

Makale Tarih Bilgisi. Gönderim: 24.07.2021, Kabul: 21.10.2022, Erken Görünüm: Mayıs, 2024, Basım: Haziran, 2024

çalışılmıştır. Formdaki sorulara verilen cevaplardan elde edilen puanlara göre öğrenci başarılarının hesaplanmasında aritmetik ortalama, yüzde ve frekanslar kullanılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre öğrencilerin cebirsel ifadeler konusunda genel başarı puanlarının düşük olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte cebir öğrenme alanındaki beş kazanıma dair öğrencilerde birçok hata tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Cebirsel ifadeler; Alt öğrenme alanı; Hata; 6. sınıf öğrencisi; Öğretim programı.

6th Grade Students' Errors in Algebraic Expressions

Abstract

The present study aims to analyze the 6th Graders' errors concerning algebraic expressions. The study was carried out with 54 sixth graders attending a school in the province center of Kırıkkale, during the academic year 2017-2018. The study group was gathered on the basis of the critical sampling model. The data collection tool employed was the "Scale for the Identification of Errors about Algebraic Expressions" comprised of 10 open-ended questions. The study was conducted with mixed method research design combining quantitative and qualitative methods. The study was designed as a concurrent transformative mixed method. In this regard, the scale comprising open-ended questions concerning five learning outcomes in the algebraic expressions sub-learning field of the sixth grade mathematics curriculum was subjected to, leading to content analysis of the responses students provided to investigate the errors the students have. Researchers tried to come up with applicable codes. The arithmetic mean, percentage and frequencies were used to calculate the student achievements according to the scores obtained from the answers to the questions on the scale. The study results reveal a generally low level of competence regarding algebraic expressions. However, many errors have been identified in the students about the five outcomes in the field of algebra learning.

Keywords: Algebraic expressions; Sub-learning domain; Error; 6th grade student; Curriculum.

Extended Summary

Purpose

Mathematics, which facilitates the lives of individuals, has a great importance in human life. This branch of science has a guiding role in the existence and application phase of numerous disciplines (Uzuner, 2019). However, mathematics is thought to be an abstract course that students have difficulty in understanding and associating with daily life. Therefore, students

experience the fear of failing in mathematics lessons and develop negative attitudes and behaviors. Algebraic expressions, which form the basis of mathematics, are among the subjects that students have difficulty with. The initial perception of algebraic expressions is often one of a complicated and conceptually difficult topic. On the other hand, the teachers' experiences in teaching the course, as well as the scientific studies on the matter suggest the existence of certain misconceptions and fallacies concerning algebraic expressions. In this context, the present study aims to analyze the 6th Graders' misconceptions and errors concerning five learning outcomes under the topic algebraic expressions.

Method

The study was carried out with 54 sixth graders attending a school in the province center of Kırıkkale, during the academic year 2017-2018. The study group was gathered together on the basis of the critical sampling model. The data collection tool employed was the "Scale for the Identification of Misconceptions and Errors about Algebraic Expressions" comprised of 10 open-ended questions. The study was based on a mixed research design employing quantitative and qualitative methods. The study design employed was concurrent transformative design. In this context, the scale comprising open-ended questions concerning five learning outcomes in the algebraic expressions learning sub-domain of the middle school sixth grade curriculum was subjected to qualitative analysis, leading to content analysis of the responses students provided, to investigate the misconceptions and errors the students have, trying to come up with applicable codes. The frequency distribution of the codes thus identified with respect to misconceptions and errors paved the way for quantitative analyses for the assessment of the competence percentiles of the students.

Results

Considering the results of the research, the achievements of the students in algebraic expressions were found to be insufficient. The most common misconceptions and errors concerning individual learning outcomes were as follows: for the first learning outcome, namely '*is able to write an algebraic expression to match the verbal description, as well as a verbal description to match the algebraic expression provided*' missing variables and formulation of the algebraic expression in accordance with the order of the verbal statement. In the second learning outcome, namely "*is able to calculate the values*

the algebraic expression may assume with reference to different natural numbers” lack of subtraction in integers, not writing the value given to the unknown, and operating between dissimilar terms are the misconceptions encountered. The mistake and error in the third outcome, *‘explains the meaning of simple algebraic expressions’*, was found as not simplifying similar terms. For the fourth learning outcome, namely *‘is able to perform addition and subtraction with algebraic expressions’* disregarding the sign with coefficients, disregarding the sign with constant terms, and failure to apply the negative sign on all elements of the parenthesis are the most common mistakes and errors. Finally, failure to apply the natural number on all elements of the parenthesis, and the lack of parentheses are the mistakes for the last learning outcome, namely *‘is able to multiply a natural number with an algebraic expression.’*

Discussion

According to the results, 6th grade students performed below the intermediate level. This result of the research is supported by other studies that the achievement of students in algebra is low (Akkaya and Durmuş, 2006; Çelik, 2007; Ersoy and Erbaş, 2005; Hoch and Dreyfus, 2004; Kaya, 2017; Özarlan, 2010; Stacey and MacGregor, 2000; Yenilmez and Avcu, 2009).

The students did not use variables while specifying the algebraic expression in the learning outcome of writing an algebraic expression suitable for a given situation or a verbal situation suitable for a given algebraic expression, and if they specified it with a variable, they wrote the algebraic expression in accordance with the verbal order. In parallel with this result, there are also studies in the literature stating that students have difficulty in understanding the concept of variable in algebra and they have various misconceptions (Akkaya and Durmuş, 2015; Dede, Yalın and Argün, 2002; Ersoy and Erbaş, 2005; Macgregor and Stacey, 1997).

Blando, Kelly, Schneider and Sleeman (1989) found that operation priority errors are among the most common arithmetical errors encountered in middle school students. Information for operation priority improves arithmetic operation skills and also contributes to algebra learning (Boulton-Lewis, Cooper, Pillay ve Wilss, 1998; Linchevski ve Livneh, 1999). Another finding was that in the outcome of “Calculates the values of the algebraic expression for the different natural number values that the variable will take”, the students tried to perform operations without writing the value given to the unknown

instead of the value given to the unknown and they made operations between the dissimilar terms. The result of students' processing between dissimilar terms also coincides with the result of Akkaya and Durmuş's (2006) study.

Another result obtained from the research is that students cannot simplify similar terms in explaining the meaning of simple algebraic expressions. In Dede, Yalın and Argün's (2002) study, the fact that students did not understand how to use the concept of variable in algebra supports the finding in this outcome. Another result obtained is that students do not include the sign in coefficients, constant terms and terms while performing addition and subtraction operations with algebraic expressions. In Soylu's (2008) study, students' efforts to solve the question as if they were operating on natural numbers without considering the variable support this finding.

Conclusion

The results of the study suggest that the teachers should take into account the errors which may arise as they teach the concepts of the algebraic expressions to their students. Doing so may help minimize the errors the students may have. However, the fact that teachers associate the values of the algebraic expression with the results of the different values that the variable can take can contribute to the students to learn the meaning of finding the value of the algebraic expression more meaningfully.

Giriş

Matematik, teknolojik gelişmelerle yeniliklerin aktif hâle geldiği birey, toplum ve bilime dair büyük öneme sahip bir alandır. Bu doğrultuda, gündelik hayat içerisinde iletişim kurabilme, yaratıcı fikirler geliştirebilme, bağımsız düşünebilme gibi üst düzey davranışları geliştirebilen bir alan olan matematiğin öğrenilmesi kaçınılmaz bir gerekliliktir (Aşkar, 1986). Aynı zamanda matematik, insanlara kaliteli bir hayat sunan ve kariyerinde gelişmelere yer açan önemli bir bilim dalı olarak da bilinmektedir (Stafslie, 2001). Bununla birlikte, hayat içerisinde gelişen ve değişen dünyanın daha iyi anlaşılması ve gözlemlenmesi için fikirler sunabilmek adına matematiğin etkili bir eleman parça olduğu da görülmektedir (Ernest, 1994). İnsanların hayatı daha iyi anlayabilmeleri için de düşünebilme yetilerini yeterli düzeyde kullanabilmeleri gerekmektedir. Düşünebilme gücü ise bilindiği gibi insanı diğer canlılardan farklı kılan, oluşabilecek durumlarda yorumlamayı gerektirip kendine göre koşulları uyarlayarak yeniden düzenleyebilmeyi sağlar (Yenilmez ve Teke, 2008). İnsanların düşünme şeklini sorgulayarak değiştirip düzenleyen ve geliştiren

önemli bir etmene sahip bilim dalından biri de matematiktir. Bu bağlamda, temel eğitimin önemli bileşenlerinden biri de matematik eğitimidir. Belki de önem konusunda en etkiye sahip olduğu da belirtilmektedir (Umay, 2003).

Matematik eğitimi, insanların günlük hayatta karşılaştıkları problemlerde neden sonuç ilişkisi kurarak oluşan durumlara uygun kavramları belirleyip uygun işlemleri seçebilme yeteneğini akıl yürüterek kazandırmayı amaçlar (Yazıcı, 2004). Günlük hayatta ihtiyaç duyulan hesaplamalar dışında gün geçtikçe zorlaşan akıl yürütme ve problem çözme yöntemlerine ihtiyaç duyan insanoglu için matematik eğitimi önemli hâle gelmiştir (Umay, 2003). Aydın'a (2003) göre bir ülkenin gelişmesinde ve bilgili bir toplumunun oluşturulmasında ve ilerlemesinde matematik eğitimi ve öğretimi yer almaktadır. Ancak, matematiği öğrenebilmek ve öğretebilmek oldukça zorlu bir süreçtir (Dindyal, 2003). Çünkü matematik soyuttur ve soyut kavramların kazanılması zor gerçekleşir (Akgün, 2007). Matematikte, öğrencilerin öğrenmelerinde zorluk yaşadıkları önemli derslerden biri de cebirdir (Kieran, 1992). Cebir, matematik öğretiminde önemli alanlardan biridir (Palabıyık ve Akkuş-İspir, 2011) ve öğrencinin matematik başarısının sağlanmasında büyük bir rol üstlenmektedir (Uyangör ve Dikkartın-Övez, 2012). Alanyazında cebirle ilgili farklı tanımlara rastlamak mümkündür. Cebir, genel olarak sayı ve sembollerle, tablolarla, sözcüklerle, grafiklerle kendini anlatan matematiksel düşünmenin gelişmesinde rol oynayan matematiksel bir dildir (Stacey ve MacGregor, 2000). Cebirin temel anlayışında bilinmeyen, değişken gibi belirli/belirsiz nitelikteki nesnelerin analitik bir şekilde ele alınmasının gerekli olduğu söylenebilir (Radford, 2010).

İlköğretim çağında başlayan ve devam eden cebir öğretimi ile öğrencilerdeki temel cebirsel kavramların oluşumu ve cebirsel düşüncenin gelişimi yakın ilişki içerisinde. Cebir öğrenmek öğrencilerin çeşitli matematiksel ifadeler ve disiplinler arasındaki ilişkiyi de sağlam bir şekilde kurmalarını sağlar (NCTM, 2008). Matematikte başarılı olabilmek için cebiri bilmenin bu kadar önemli olmasına karşın ilgili alanyazına bakıldığında cebir öğretiminde sorunlar olduğu söylenebilir (Altun, 2007; Akyüz ve Hangül, 2014; Booth, 1988; Dede ve Argün, 2003; Dede ve Peker, 2007; Herscovics ve Linchevski, 1994). Akyüz ve Hangül (2014), yaptıkları çalışmada 6. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanı içerisinde yer alan bir bilinmeyenli denklemlere yönelik sahip oldukları hata ve kavram yanlışlarını incelemişlerdir. Bu yanlışları araştırmacılar; gramer, işlemsel hatalar, ters işlemle ilgili hatalar, eşitlik

kavramıyla ilgili yanlış olan algılar şeklinde ifadelendirmişlerdir. Benzer şekilde, Dede ve Peker (2007) yaptıkları çalışmada ise, 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin hata ve yanlış anlamalarını inceleyerek matematik öğretmeni adaylarının bunları tahmin edip çözüm önerilerini incelemişlerdir. Verilerin analizinin sonucunda, öğrencilerde birçok hatanın görüldüğü öğretmen adayları ise bu hataları eşleme, görünmeyen cevap ve tahmin edememe şeklinde kategorilendirmişlerdir.

Cebirsel kavramların öğreniminde çeşitli nedenlerden dolayı ortaya çıkan yanlışlar ve yaşanan güçlüklerin öğrenimi zorlaştırdığı bilinmektedir (Macgregor ve Stacey, 1997). Bu nedenle öğrencilerin hatalarının ve bilgi eksikliklerinin belirlenmesi ve bunları giderme yollarına ilişkin yol izlenmesi gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Kavram yanlışlığı, öğrencilerde belli bir süreden beri var olan matematiksel gerçeklerle zıtlık oluşturan ama öğrencinin doğru olarak kabullendiği, belirli kavramların bilimsellikte kabul görülenden farklı olarak algılanması şeklinde ifade edilmektedir (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2010; Ubuz, 1999). Öğrencilerde tespit edilen yanlışlar bazen kavram yanlışlığı olabilirken bazen de bir hata olabilir. Hata, işlem ve hesaplama yanlışlığı, matematiksel ifadelerin yanlış kullanılması olarak ifade edilmektedir (Biber, Tuna ve Korkmaz, 2013). Bu durumda, kavram yanlışlığının, hatayı da içine alan daha geniş bir kavram olduğu söylenebilir. Kavram yanlışlığı ile hata arasındaki farklılığı şu şekilde açıklayabiliriz: “+” veya “-” işareti bir işlemde bir sonuç ortaya çıkarmalıdır: Açık ifadeleri birleştirme, bir kavram yanlışlığıdır (Booth, 1988; Stacey ve MacGregor, 1997). Ancak kavram yanlışlığına göre $3x+2=5x$ veya $3x+2=5$ şeklinde ifade etmek bir hatadır. Bu durum hata olarak ifade edilebileceği gibi sistematik bir şekilde yapıldığı durumda verilen örnekte de ifade edildiği gibi kavram yanlışlığı olarak da belirtilebilir.

Alanyazın incelendiğinde, öğrencilerin, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematik derslerinin temelini oluşturan cebir konusunda zorlandıkları, anlamakta güçlük yaşadıkları, hata ve kavram yanlışlıklarına sahip oldukları görülmektedir (Akkaya ve Durmuş, 2006; Bal ve Karacaoğlu, 2015; Booth, McGinn, Barbieri ve Young, 2017; Bush ve Karp, 2013; Dede ve Argün, 2003; Fui ve Lian, 2018; Perso, 1992). Örneğin, Akkaya ve Durmuş (2006) çalışmasında, ilköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışlıklarını belirlemiştir. Bu çalışmaya göre öğrencilerin cebirde harfleri anlamlandıramadıkları, harflerin ne anlama geldiğini anlayamadıkları için harflerle ve değişkenlerle işlem yaparken zorlandıkları ortaya

konulmuştur. Fui ve Lian (2018) ise öğrencilerin cebirsel ifadeler hakkındaki kavram yanlışları hakkında bilgisayar destekli geri bildirimlerin etkisini incelemişlerdir. Öğrencilere bilgisayar ortamında kavram yanlışlığı testi yapılmış ve her bir cevaba göre geri bildirimler tasarlanmıştır. Sonuçlara göre müdahâle öncesi deney ve kontrol grupları arasında anlamlı bir fark olmadığı ancak müdahale sonrası deney grubu öğrencilerinin son testten aldıkları kavram yanlışlığı puanının ön testten daha düşük olduğu ve anlamlı bir fark ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Bu durum, öğrencilerin cebirsel ifadeler konusundaki kavram yanlışları üzerinde bilgisayar dönütünün etkisinin olduğunu göstermektedir.

Cebirin, matematik öğreniminde ve öğretiminde çok önemli bir yere sahip olduğu gerçeği göz önüne alındığında öğrencilerin cebir konusunda yaşadıkları güçlüklerin ve sahip oldukları hata ve kavram yanlışlarının nedeninin araştırılması büyük önem taşımaktadır. Dede ve Argün (2003) çalışmasında, cebirin öğrenciler tarafından anlaşılmasını zorlaştıran nedenler üzerinde durmuş ve bu konunun öğrenciler tarafından anlaşılmasının nedenlerini; cebirin yapısı, öğrencilerin zihinsel yapıları ve hazırbulunuşluk düzeyleri ile cebirin öğretimindeki eksiklikler olarak üç maddede toplamışlardır. Cebirin öğrencilere zor gelmesindeki nedenlerden ilki cebirin yapısı olup cebirin dili ve içeriği olarak iki boyutta ele alınmıştır. Cebirin dilinin anlam yönünden zayıf olmasından dolayı öğrencilere zor geldiği ifade edilmektedir (Philipp, 1992). Cebirin içeriğine bakıldığında da tarihsel süreçte yaşanan değişikliklerin cebir kitaplarında soyut bir dil kullanımına neden olduğu görülmektedir (Kieran, 1992). Bundan dolayı öğrencilerin cebiri anlamaları da zorlaşmıştır. Cebirin öğrencilere zor gelmesinin nedenlerinden ikincisi olan öğrencilerin zihinsel yapıları ve hazır bulunuşluk düzeylerinin açıklamasında ise, öğrencilerin eşitlik, değişken ve aritmetik işlem bilgisi kavramlarını bilmeleri gerekmektedir. Cebirin öğrencilere zor gelmesindeki nedenlerin üçüncüsünde ise, cebir öğretimindeki eksikliklerdir. Öğrencilerin cebiri öğrenebilmesi için cebir öğretiminde işlemsel kavramlardan yapısal kavramlara geçişin sağlanması gerekmektedir (Kieran, 1992).

Ülkemizde cebirle ilgili yapılan çalışmalar genellikle öğrencilerin cebirsel kavramlara ilişkin hatalarını ve kavram yanlışlarını içermektedir. Ersoy ve Erbaş (2005), “Kassel Projesi Cebir Testi” ile öğrencilerin öğrenme güçlükleri ile genel başarılarını belirlemek için bir çalışma yürütmüşlerdir. Öğrencilerin özellikle eşitlik ve değişken kavramlarında kavram yanlışlarının

tespit edildiğini cebir konusunda öğrenme güçlüğü yaşadıklarını; ayrıca uygun ölçme araçlarının belirlenmesiyle birlikte incelemenin derinlemesine yapılmasının daha uygun olduğunu belirtmişlerdir. Benzer şekilde Soylu (2006) çalışmasında, değişken kavramında öğrencilerin öğrenme güçlüklerini ve hatalarını belirlemiş ve öğrencilerin değişken ile sabit arasındaki farkı algılamada problem yaşadıkları ortaya koymuştur. Cebirsel kavramlara ilişkin hata ve kavram yanlışlarını inceleyen çalışmalarla birlikte öğrencilerin cebir öğrenme alanlarına ilişkin başarı düzeylerinin belirlenmesini inceleyen araştırmalar da mevcuttur. Örneğin, Yenilmez ve Avcu (2009), cebir öğrenme alanına yönelik başarı durumlarının tespit edilmesi için katılımcıların 6. sınıf öğrencilerinin olduğu bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada araştırmacılar, öğrencilerin eşitlik konusunda problem yaşamadıklarını tespit ederken denklemi kurmada ve çözümünü yapmada zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Kaya (2017) ise 6. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeylerini incelemiş ve öğrencilerin cebirsel ifadelerle yönelik başarı düzeylerinin oldukça düşük olduğunu bulmuştur. Ayrıca, belirlenen sorulardaki yapıma düzeylerinin ortalama olarak orta düzeyde olduğu dikkat çekmiştir.

Yukarıda verilen alanyazın incelendiğinde, cebirle ilgili bazı kavramlara (eşitlik, denklem, cebirsel ifadeler, değişkenler) ilişkin hataların tespit edilmesi ve giderilmesine yönelik birçok çalışma olduğu ve cebir öğrenme alanında öğrencilerin başarı düzeylerinin incelenmesine yönelik de birkaç çalışmanın yapıldığı görülmüştür. Buna karşın özellikle matematik öğretim programında yer alan cebirsel ifadeler alt öğrenme alanındaki kazanımlara yönelik olarak öğrencilerin sahip oldukları hataların belirlenmesi ile bu konudaki başarı düzeylerinin incelenmesine yönelik hem nitel hem de nicel yöntemlerin bir arada bulunduğu derinlemesine bir çalışmanın olmadığı tespit edilmiştir. Bu bağlamda yapılan bu çalışmanın hem cebirsel ifadeler konusundaki başarı durumunu açığa çıkarma hem de var olan hataları tespit etme bakımından alanyazındaki boşluğu doldurarak, cebirsel ifadeler konusuyla ilgili ileriki araştırmalara ışık tutması beklenmektedir. Bu kapsamda mevcut çalışmanın amacı, matematik öğretim programındaki kazanımlara paralel olarak 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki başarı durumlarını ve hatalarını bir arada incelemektir.

Yöntem

Bu araştırmada, daha güvenilir sonuçlar elde etmek için nitel ve nicel yöntemler bir arada kullanılmıştır. Greene, Caracelli ve Graham (1989), nicel

ve nitel yöntemin bir arada bulunduğu araştırma tasarımlarını karma araştırma tasarımı olarak tanımlamaktadır. Araştırmanın nicel verileri 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler alt öğrenme alanındaki beş kazanıma yönelik açık uçlu sorulardan oluşan formda kazanımlara göre başarı yüzdelerinin hesaplanmasında ve hatalara dair oluşturulan kodların frekansları ile toplanmıştır. Araştırmanın nitel verileri ise öğrencilerin sorulara vermiş oldukları yanıtlar irdelenerek mevcut hatalara ait oluşturulan kodlar ile elde edilmiştir. Araştırmanın desenlenmesinde eş zamanlı dönüşümsel model kullanılmıştır. Creswell'in (2003) ortaya koyduğu karma yöntem araştırma modellerinden biri olan eş zamanlı dönüşümsel model, nicel ve nitel verilerin eş zamanlı toplanıp analiz edilmesi olarak tanımlanır. Bu modelde çalışmanın hem nicel hem nitel desenlerine eşit önem verilebileceği gibi sadece bir desenin de öne çıkabilme durumu söz konusu olabilir. Bu çalışmada ise nitel veriler daha ağırlıklı olarak ele alınmıştır.

Çalışma Grubu

Bu çalışma Kırıkkale iline bağlı bir merkez okulunda öğrenimine devam eden ortaokul 6. sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Araştırmaya 6. sınıfların üç şubesinde öğrenim gören 22'si kız, 32'si erkek toplam 54 öğrenci gönüllü olarak katılmıştır. Çalışma grubunun belirlenmesinde kritik durum örnekleme modeli kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme çeşitlerinden biri olan kritik durum örnekleme "bu grup belirli bir problemle karşılaşıyorsa, diğer bütün gruplar kesinlikle bu problemle karşı karşıya kalır" göstergesine sahip durumları derinlemesine incelemeyi amaçlar. Bu çalışmada da araştırmacı, katılımcı olarak seçtiği başarı bakımından orta seviyede olan kendi öğrencilerinde cebirsel ifadeler konusunda birçok hatanın olduğunu ve başka öğrencilerin de benzer problemleri yaşadığını gözlemlediği için 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusundaki hatalarını ortaya koymak için şehir merkezinden bir okul belirlemiştir. Katılımcılardan cebirsel ifadeler konusunda daha detaylı bilgi almak ve durumu net olarak tespit etmek için çalışma cebirsel ifadeler konusu işlendikten sonra araştırmanın veri toplama süreci 2017-2018 Eğitim-Öğretim Yılı Bahar döneminin sonunda yapılmıştır. Bir başka deyişle, uygulama esnasında öğrenciler Millî Eğitim Bakanlığı'nın 2013 yılında basılan öğretim programında belirtilen 6. sınıf matematik dersi cebirsel ifadeler alt öğrenme alanı kapsamındaki beş kazanımın öğrenimini tamamlamışlardır. Çalışmaya katılan öğrencilerin gerçek isimlerinin gizli tutulması amacıyla öğrenciler Ö1, Ö2, ..., Ö54 olarak kodlanmıştır. Çalışma sürecinde bilimsel ve etik kurallara uyulmuş olup, yazarlar ilgili bütün sorumluluğun kendilerinde olduğunu

taahhüt etmektedirler.

Veri Toplama Aracı

Araştırma için veri toplama aracı olarak, öğrencilerin cebirsel ifadeler konusundaki hatalarını belirlemek amacıyla, 10 açık uçlu sorudan oluşan araştırmacıların hazırladığı “Cebirsel İfadeler Hataları Belirleme Formu” kullanılmıştır. Bu formdaki soruların oluşumunda MEB’in 2017-2018 eğitim-öğretim yılında kullanılan 6. sınıf ders kitaplarından yararlanılmıştır. Veri toplama aracı geliştirilirken araştırmacılar tarafından ilk olarak beş kazanıma dair ilgili alanyazında üzerinde durulan konulardan 16 soru içeren bir havuz oluşturulmuştur. Bu sorular, 6. sınıf ders kitabındaki soru çeşitliliği dikkate alınarak belirlenip yeterli bulunmuştur. Oluşturulan bu 16 soru, ilgili kazanımlara göre gruplara ayrılarak dağılımı yapılmıştır. Devamında, araştırmacılar tarafından kazanımlara göre öğrencilerin hatalarını belirlemeye uygun olan sorular tekrar incelenerek birbirinin benzeri olanlar ayıklanarak 10 soru ile forma son hâli verilmiştir. Bazı kazanımlarda birden fazla soru bulunmasının öğrencilerin hatalarını belirlemede etkili olacağı, bazı kazanımlar için de kazanımın içeriği ve saatine bağlı olarak tek soru sorulması yeterli görülerek soru dağılımları buna göre hazırlanmıştır. Bu ayıklama işlemi gerçekleştirilirken sorular üzerinde verilen sayılarda ve işaretlerde tekrardan değişikliğe gidilmiştir. Hazırlanan sorular iki matematik öğretmeni, bir alan uzmanı ve iki dil uzmanı tarafından incelenmiştir. Son hâlde oluşan 10 sorunun öğrencinin bir ders süresince (40 dk) çözebileceği ve kapsam olarak ölçülecek kazanımları içerecek şekilde olması amaçlanmıştır.

Son hâlinde 10 soru içeren bu formun pilot uygulaması Kırıkkale ili merkez ilçesindeki bir devlet okulunda öğrenim gören, 11 kız ve 9 erkek öğrenciden oluşan toplamda 20 öğrencinin bulunduğu bir 6. sınıf şubesinde bir ders sürecinde yapılmıştır. Pilot çalışma sonrasında, öğrencilere yapılacak uygulama için bir ders süresinin yeterli olduğu görülmüştür.

“Cebirsel İfadeler Hataları Belirleme Formu”nu oluşturmada 2017-2018 Eğitim-Öğretim Yılında yürürlükte olan ortaokul matematik öğretim programının (MEB, 2013) 6. sınıfında yer alan cebirsel ifadeler alt öğrenme alanındaki beş kazanım dikkate alınmıştır. Tablo 1’de her bir kazanım bunlara ait formdaki soruların numaraları ile verilmiştir.

Tablo 1. Açık Uçlu Soruların Ortaokul Matematik Dersi 5-8 Öğretim Programındaki Kazanımlara Göre Dağılımı

Kazanımlar	Soru Numaraları
6.2.1.2.Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.	1, 2, 3
6.2.1.3.Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.	4
6.2.1.4.Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.	5
6.2.1.5.Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar	6, 7, 8
6.2.1.6.Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.	9, 10

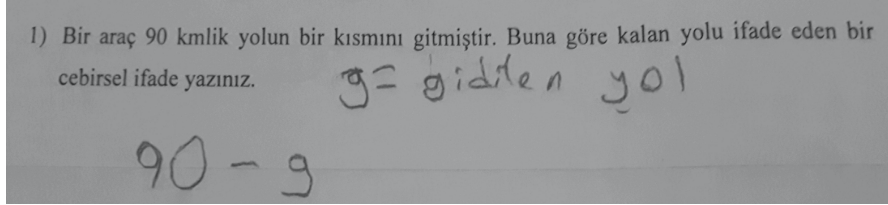
Yukarıda verilen kazanımlara göre soru dağılımları belirlenirken, araştırmacılar öğrencilerin hatalarını belirlemeye yönelik soruların hazırlanmasına özen göstermişlerdir. Bundan dolayı kazanımlardaki soru dağılımlarında eşitlik durumu gerçekleşmemiştir. Örneğin, 6.2.1.2. ve 6.2.1.5. kazanımlarının içeriğinde öğrencilerin hatalarını belirlemeye yönelik farklı soru çeşitlerinin bulunmasından dolayı bu kazanımlar için üçer soru belirlenmesi uygun görülmüştür. 6.2.1.3. ve 6.2.1.4. kazanımlarında ise öğrencilerin hatalarını belirlemeye yönelik içeriğe uygun olacak ve olası hataları ortaya çıkaracak birer soru yeterli görülmüştür. Çünkü bu kazanımların biri cebirsel ifadenin değerini doğal sayı değerine göre bulmayı diğeri ise basit cebirsel ifadelerin anlamı sorgulamayı hedeflemektedir. Pilot çalışmada kazanımlara ilişkin farklı soru tipleri verildiğinde öğrencilerin benzer cevaplar yazdığı görüldüğünden sorular elenmiştir. Son olarak 6.2.1.6. kazanımında ise pilot çalışma sonuçlarına dayanarak cebirsel ifadelerin doğal sayı ile çarpımına ilişkin öğrencilerde farklı hatalara neden olabileceği öngörülen iki farklı soru çeşidine yer verilmesine karar verilmiştir.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Çalışma kapsamında katılımcılardan sorular üzerinde elde edilen veriler araştırmacılar tarafından öncelikle tek tek okunarak oluşturulan bir puanlama rubriği ile katılımcıların cevapları puanlanmıştır. “Cebirsel İfadeler Hataları Belirleme Formu” sorularına verilen bütün cevaplar doğru (2 puan), kısmen doğru (1 puan), yanlış veya boş (0 puan) şeklinde sınıflandırılmıştır. Sorunun tam olarak doğru cevaplanması hâlinde değerlendirme doğru, sorunun kazanımı amaçlayan kısmın bir bölümüne doğru cevap verilmesi veya işlemlerin eksik yapılması hâlinde kısmen doğru, sorunun tümüyle ilgisiz ve yanlış cevaplanması veya sorunun cevapsız bırakılması hâlinde yanlış cevap olarak değerlendirilmiştir. Her soru 2 puan olmakla birlikte altıncı soru, üç alt sorudan oluştuğu için 6 puan değerindedir. Bu nedenle toplam puan maksimum 24

olarak hesaplanmıştır. Aşağıda öğrenci kâğıtlarından örnekler verilerek hangi durumlarda hangi puanın verildiği kısaca ifade edilmiştir:

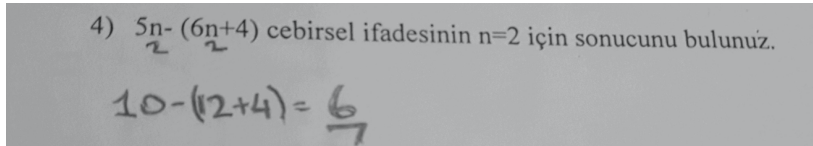
1. sorunun tam olarak cevaplanması hâlinde doğru yapan öğrenci kâğıdı:



Şekil 1. Ö₇'nin 6.2.1.2. Kazanımıyla İlgili Birinci Soruya Yönelik Çözümü

Ö₇'nin “Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar” kazanımına yönelik soruya yönelik çözümü incelendiğinde, kalan yolu ifade edeceği değişkeni (g) belirleyip yolun tamamından çıkartarak (90-g) soruyu tam olarak cevaplanmasıyla doğru yaptığı için 2 puan almıştır.

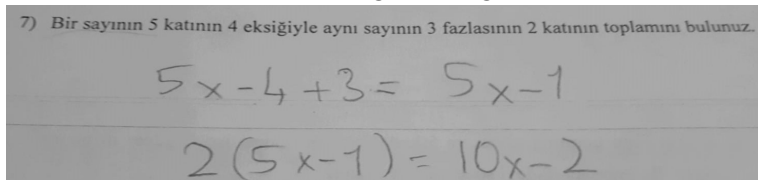
1. sorunun kazanımı gerçekleştirmeyi amaçlayan kısmının bir bölümüne doğru cevap verilmesi veya işlemlerin eksik yapılması hâlinde kısmen doğru yapan öğrenci kâğıdı:



Şekil 2. Ö₁₁'in 6.2.1.5. Kazanımıyla İlgili Dördüncü Soruya Yönelik Çözümü

Ö₁₁'in, “Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar” kazanımına yönelik soruya verdiği cevapta, değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplama yaparken, sonucu yanlış bulmasından dolayı soruyu kısmen doğru yaptığı için 1 puan almıştır.

1. sorunun tümüyle ilgisiz ve yanlış cevaplanması veya sorunun cevapsız bırakılması durumuna örnek öğrenci kâğıdı:



Şekil 3. Ö₃'ün 6.2.1.3. Kazanımıyla İlgili Yedinci Soruya Yönelik Çözümü

Ö3'ün "Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar." kazanımına yönelik sorulan soruda verilen cebirsel ifadeleri soruyu yanlış anladığı için yazamadığı ve toplama işlemini de yapmadığı görülmüş ve soruyu tümüyle yanlış cevapladığı için 0 puan almıştır.

Öğrencilerin genel başarıları aritmetik ortalama alınarak hesaplanmış, kazanımlarda ne kadar başarılı olduklarını yorumlamak için de kazanıma ait sorulardan aldıkları puanlar yüzde ve frekanslar bulunarak tablolar hâlinde verilmiştir. Ayrıca formda açık uçlu sorulara verilmiş olan yanıtlar içerik analizi yapılarak detaylı biçimde okunmuş, cebirsel ifadelerdeki öğrenci hataları tespit edilmeye çalışılmıştır. İçerik analizinde, elde edilen veriler özetlenip yorumlanarak derinlemesine incelenir ve belirli kavram ve temalar bu analiz sonucunda ortaya çıkar (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Soruların açık uçlu olmasının nedeni öğrenci cevaplarını ayrıntılı bir şekilde inceleyebilme imkânını vermesidir. Bu doğrultuda, tüm katılımcıların kazanımlara ait sorulara vermiş oldukları cevaplar ayrı ayrı incelenmiş ve kodlar belirlenmiştir.

Öğrencilerin formdaki kazanımlara ait sorulara vermiş oldukları yanıtlar iki farklı araştırmacı tarafından analiz edilmiştir. Daha sonra analizler karşılaştırılarak kodlar üzerinde uzlaşmaya çalışılmıştır. Uzlaşma sonucunda beş kazanıma yönelik oluşturulan formdaki sorulara verilen öğrenci cevaplarından yola çıkarak, araştırmacılar tarafından toplam 32 kod belirlenmiştir. Bu kodlar içerisinde belirlenen 6 kodun birden fazla kazanım içerisinde de bulunduğu görülmüştür. Örneğin, değişken eksikliği olarak belirlenen hata kodunun dört kazanım içerisinde bulunduğu, parantez eksikliği hata kodunun üç kazanım içerisinde bulunduğu görülmektedir. Bununla birlikte, bir öğrenciye cevaplarına bakılarak birden fazla kod atandığı için frekanslar toplamı öğrenci sayısının üzerine çıkabilmektedir. Bu durum, bulgular kısmında sunulan 6.2.1.4. kazanımı tablosu dışında diğer tüm tablolar için geçerlidir. Bunun sebebi ise, bir öğrenci formdaki herhangi bir sorunun çözümünde birden fazla hata kodu oluşturduğu için bir kazanım içerisinde belirlenen farklı hata kodlarına aynı öğrencinin birden fazla dâhil edilebilmesidir. Son olarak hatalara dair oluşturulan kodlar tablolar ile verilmiş ve bu kodlara bağlı olarak ortaya çıkan hatalar öğrenci cevaplarından örneklerle yorumlanmıştır. Bu çalışmanın geçerlilik ve güvenilirliğinin sağlanması için belirlenen kodların son hâli ile ilgili alanda uzman iki öğretim üyesinin görüşleri alınmıştır. Yapılan kodlar Miles ve Huberman'ın (1994) güvenilirlik formülü ($\text{Güvenirlik} = \text{görüş birliği} / \text{görüş birliği} + \text{görüş ayrılığı}$) kullanılarak hesaplanmıştır. Miles ve Huberman'a (1994)

göre, uzman ve araştırmacı değerlendirmeleri arasındaki uyumun %90'a yaklaşması ya da %90'ı geçmesi durumunda istenilen düzeyde bir güvenilirlik sağlanmış olmaktadır. Bu araştırmaya özgü olarak gerçekleştirilen güvenilirlik çalışmasında %97 oranında bir uzlaşma sağlanmıştır. Farklı şekilde yorumlanan katılımcıların cevapları tekrar incelenmiş ve fikir birliğine varıncaya kadar tartışılmıştır.

Bulgular

Araştırma kapsamında elde edilen veriler incelendiğinde, öğrencilerin cebirsel ifadeler konusundaki hataları belirleme formundaki kazanımlara dair sorularda sınıf ortalamasının 24 puan üzerinden yaklaşık 7.6 olduğu hesaplanmıştır. Bu durumda, bu formda hesaplanan aritmetik ortalamanın düşük olması öğrenci başarılarının yeterli düzeyde olmadığını göstermektedir. Formdaki sorulara verdikleri cevapların detaylı analizi sonucunda öğrencilerde bazı hatalar belirlenmiştir. Bu bölümde, öğrencilerin her kazanımdaki başarıları ile hatalara ait kodların frekans dağılımlarına yer verilmiştir. En sık görülen kodlar ise öğrenci cevap kağıtlarından örneklerle açıklanmıştır.

Cebirsel İfadeler Alt Öğrenme Alanındaki 6.2.1.2 Kazanımına Ait Bulgular

Bu başlık altında cebirsel ifadeler alt öğrenme alanındaki “Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.” kazanımına ait üç soru bulunmaktadır. Bu kazanıma dair öğrencilerin başarı frekans ve yüzdeleri ile öğrencilerin cevaplarından ortaya çıkan hataların kodlarına ait tablolar, en sık görülen hataların açıklamaları yapılarak öğrenci cevaplarından örneklerle sunulmuştur. Bir öğrenciye birden fazla kod atandığı için frekanslar toplamı öğrenci sayısının üzerindedir. İlk olarak Tablo 2’de kazanımda yer alan soruların başarı frekans ve yüzdeleri gösterilmiştir.

Tablo 2. “Sözel Olarak Verilen Bir Duruma Uygun Cebirsel İfade ve Verilen Bir Cebirsel İfadeye Uygun Sözel Bir Durum Yazar” Kazanımındaki Soruların Başarı Frekans ve Yüzde Dağılımı

Sorular	Puan	Yüzde
1) Bir araç 90 km’lik yolun bir kısmını gitmiştir. Buna göre kalan yolu ifade eden bir cebirsel ifade yazınız.	35	%32.4
2) Arzu’ nun çiçeklerinin 5 eksiğinin 3 katını cebirsel ifade olarak yazınız.	29	%26.8
3) k: Ayça’nın uçurtma sayısı ve $5(k+4)$ cebirsel ifadesi ise Çiğdem’in uçurtma sayısı olsun. Bu cebirsel ifadeyi sözel olarak yazınız.	32	%29.6

Tablo 2 incelendiğinde öğrencilerin “Sözel olarak verilen bir duruma

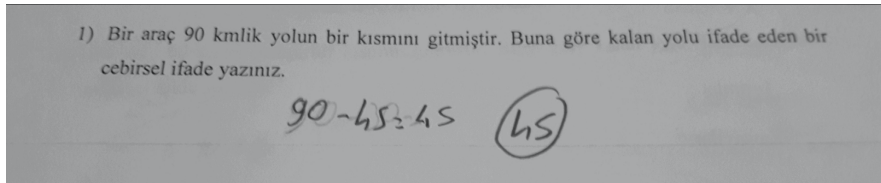
uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar” kazanımındaki üç soruya dair başarı yüzdelerinin birbirine yakın olduğu ve bu kazanımdaki sorularda başarılarının düşük olduğu görülmektedir. Ayrıca, bu üç soruda öğrencilerin toplamda $3 \times 2 = 6$ puan üzerinden aritmetik ortalamalarının yaklaşık 1.77 olduğu hesaplanmıştır. Bu kazanımla ilgili ortaya çıkan hatalar Tablo 3’te verilmiştir.

Tablo 3. 6.2.1.2. Kazanımında Öğrencilerde Ortaya Çıkan Hataların Kodları

Kodlar	Frekans
Değişken kullanmama	12
Sözel ifadenin sırasına uygun cebirsel ifade yazma	11
Parantez eksikliği	10
Bütünü cebirsel ifade olarak yazamama	9
Parantezi dikkate almama	9
Kalan ifadesiyle çıkarmayı çarpma olarak algılama	3
Kalan ifadesiyle çıkarmayı bölme olarak algılama	3
Değişkenlere verilen adın belirtilmemesi	3
Parantezi yanlış yere koyma	2
Değişkeni yanlış adlandırma	2
Kalan ifadesiyle çıkarmayı toplama olarak algılama	1

Tablo 3 incelendiğinde, “Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.” kazanımında öğrencilerde ortaya çıkan hatalarda toplam 11 kod bulunmaktadır. En fazla görülen hatalar sırasıyla; değişken eksikliği, sözel ifadenin sırasına uygun cebirsel ifade yazma, parantez eksikliği, değişkeni bütün olarak algılama ve işlem önceliğine göre önce parantez içini ifade etmemedir. En sık görülen bu hataların açıklamaları örneklerle aşağıda verilmiştir.

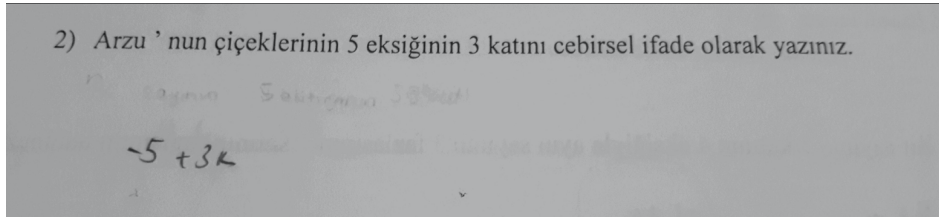
Değişken kullanmama: Cebirsel ifadeler konusunda 12 öğrencide değişken kullanmamaya yönelik hataya rastlandığı görülmüştür. Değişken kullanmama hatasını yapan öğrenciler cebirsel ifadelerdeki bilinmeyen harf veya sembollerle ifade etmesi gerektiğini düşünmemişlerdir. Bu duruma sahip öğrencilerden birisinin cevabı aşağıdadır:



Şekil 4. Ö₂₅'in 6.2.1.2. Kazanımıyla İlgili Birinci Soruya Yönelik Çözümü

Ö₂₅'in birinci soruya yönelik çözümü incelendiğinde, yolun bir kısmını bir değişkenle ifade etmesi gerektiğini düşünmemiştir. Ö₂₅ yolun gidilen kısmının yolun yarısı olduğunu düşünmüş ve $90-45=45$ şeklinde sayılarla işlem yapmıştır.

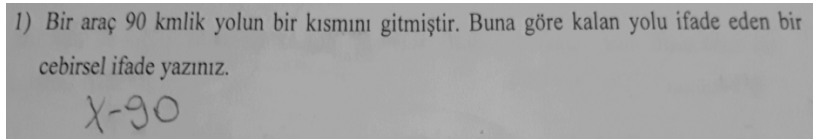
Sözel ifadenin sırasına uygun cebirsel ifade yazma: Bu çalışmada sözel ifadenin sırasına uygun cebirsel ifade yazma hatasına 11 öğrencide rastlandığı görülmüştür. Sözel ifadenin sırasına uygun cebirsel ifade yazma hatasını yapan öğrenciler, soru üzerinde sözel sıralamayı dikkate alacak şekilde sırasıyla cebirsel ifadeyi yazarak aslında matematiksel olarak doğru olmayan bir ifade yazmış olmaktadır. Bu duruma sahip öğrencilerden birisinin kâğıdı:



Şekil 5. Ö₃₈'in 6.2.1.2. Kazanımıyla İlgili İkinci Soruya Yönelik Çözümü

Ö₃₈'in ikinci soruya yönelik çözümü incelendiğinde, bilinmeyeni x değişkeni ile ifade etmesine rağmen, soruyu okuduğu sıraya göre ifade etmeye çalıştığı için cebirsel olarak doğru ifade olan $3(x-5)$ 'i yazamamıştır.

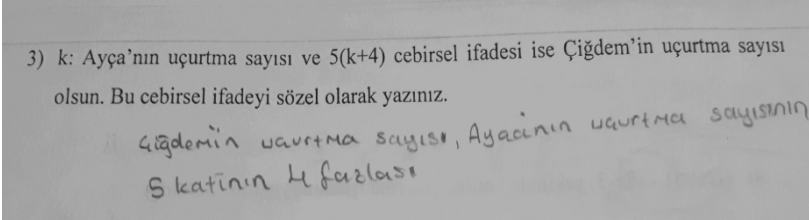
Parantez eksikliği: Bu çalışmada parantez eksikliği hatasına 10 öğrencide rastlandığı görülmüştür. Parantez eksikliği, cebirsel ifadenin doğru yazılabilmesi için parantezin kullanılması gereken yerde kullanılmamasıdır. Bu duruma sahip öğrencilerden birisinin kâğıdı:



Şekil 6. Ö₃'ün 6.2.1.2. Kazanımıyla İlgili İkinci Soruya Yönelik Çözümü

Ö₃'ün ikinci soruya yönelik cevabı incelendiğinde, cebirsel ifadeyi tam anlamıyla doğru yazması için $x-5$ 'i parantezin içine alması gerektiğini düşünmemiştir. Bu öğrenci, parantezin cebirsel ifade için önemli olduğunu ve parantez kullanılmadığında cebirsel ifadenin farklı anlama geldiğini bilmemektedir. Parantez eksikliği, birden fazla kazanıma ait sorularda öğrencilerin sıklıkla yaptığı hata kodlarından biridir.

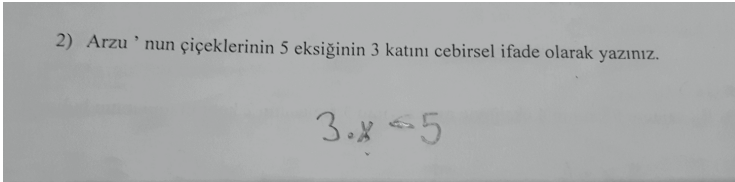
Bütünü cebirsel ifade olarak yazamama: Bu çalışmada bütünü cebirsel ifade olarak yazamama hatasına 9 öğrencide rastlandığı görülmüştür. Bütünü cebirsel ifade olarak yazamama, soru içerisinde bütünü temsil eden sayının değişken olarak algılanmasıdır. Bu duruma sahip öğrencilerden birisinin kâğıdı:



Şekil 7. Ö₅'in 6.2.1.2. Kazanımıyla İlgili Birinci Soruya Yönelik Çözümü

Ö₅'in birinci soruya yönelik cevabı incelendiğinde, kalan yolu ifade ederken bütün yol 90 km olması gerekirken yolun bilinmediğini düşünmüş ve gittiği yolu 90 km olarak cevabı ifade etmiştir.

Parantezi dikkate almama: Burada işlem önceliğine göre önce parantezi dikkate almama hatasına 9 öğrencide rastlanmıştır. Burada hata, işlem önceliğine göre parantez içine öncelik verilmesi gerektiğinin düşünülmemesidir.



Şekil 8. Ö₉'un 6.2.1.2. Kazanımıyla İlgili Üçüncü Soruya Yönelik Çözümü

Ö₉'un üçüncü soruya yönelik cevap incelendiğinde, öncelikle uçurtma sayısının 4 fazlasını ardından bunun 5 katını ifade etmesi gerektiğini parantezi dikkate almadığından düşünememiştir.

Cebirsel İfadeler Alt Öğrenme Alanındaki 6.2.1.3. Kazanımına Ait Bulgular

Cebirsel ifadeler alt öğrenme alanındaki “Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar” kazanımı içeren bir soru bulunmaktadır. Bu kazanıma dair öğrencilerin başarı frekans ve yüzdesi ile öğrencilerin cevaplarından ortaya çıkan hataların kodlarına ait tablolar ve en sık görülen hataların açıklamaları ile öğrencilerden örnekler sunulmuştur. İlk olarak Tablo 4’te kazanımda yer alan sorunun başarı frekans ve

yüzdesi gösterilmiştir.

Tablo 4. “Cebirsel İfadenin Değerlerini Değişkenin Alacağı Farklı Doğal Sayı Değerleri İçin Hesaplar” Kazanımındaki Sorunun Başarı Frekans ve Yüzde Dağılımları

Sorular	Puan	Yüzde
4) $5n - (6n+4)$ cebirsel ifadesinin $n=2$ için sonucunu bulunuz.	27	%25

Tablo 4 incelendiğinde öğrencilerin “Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.” kazanımdaki soruya dair başarı yüzdesinin %25 olduğu ve bu kazanımdaki soruda başarının düşük olduğu görülmektedir. Ayrıca, bu soruda öğrencilerin toplamda 2 puan üzerinden aritmetik ortalamasının 0.5 olduğu hesaplanmıştır. Bu kazanımla ilgili ortaya çıkan hatalar Tablo 5’te verilmiştir.

Tablo 5. 6.2.1.3. Kazanımında Öğrencilerde Ortaya Çıkan Hataların Kodları

Kodlar	Frekans
Tam sayılarda çıkarma işlemi eksikliği	17
Bilinmeyene verilen değeri yazmama	12
Benzer olmayan terimler arasında işlem yapma	9
Değişken eksikliği	4
Negatif işareti paranteze dağıtmama	3
Değişkeni birler basamağı olarak algılama	2
İşlemi tamamlamama/ Eksik işlem	1

Tablo 5 incelendiğinde, “Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.” kazanımına yönelik toplamda 7 hata kodu bulunmaktadır. En sık görülen hatalar sırasıyla; tam sayılarda çıkarma işlemi eksikliği, bilinmeyene verilen değeri yazmama ve benzer olmayan terimler arasında işlem yapmadır. Öğrenci yanıtlarda en sık görülen bu hataların açıklamaları örneklerle aşağıda verilmiştir.

Tam sayılarda çıkarma işlemi eksikliği: Bu çalışmada tam sayılarda çıkarma işlemi eksikliği hatasına 17 öğrenci de rastlandığı görülmüştür. Tam sayılarda çıkarma işlemi eksikliğinde, öğrenciler değişkenin değerini yerine yazmada sıkıntı yaşamazken, tam sayılarda işlemleri yapamamaktadır. Bu duruma sahip öğrencilerden birisinin kâğıdı:

gizli
çarpan
sıfırı
var.

4) $5n - (6n+4)$ cebirsel ifadesinin $n=2$ için sonucunu bulunuz.

$n=2$ için kullanırsak;

$$5 \cdot 2 = 10 \quad 6 \cdot 2 = 12$$

$$10 - (12+4) = 10 - 16 = -6 \text{ olur.}$$

Şekil 9. Ö₄₀'ın 6.2.1.3. Kazanımıyla İlgili Dördüncü Soruya Yönelik Çözümü

Ö₄₀'ın dördüncü soruya yönelik çözümü incelendiğinde, bilinmeyenini yerine koyarak tüm işlemleri yapmasına rağmen, işlem sırasını göz ardı ederek tam sayılarda çıkarma işleminde sıkıntı yaşayarak soruyu 10-16 yerine 16-10 şeklinde yazarak yanlış cevaplamıştır.

Bilinmeyene verilen değeri yazmama: Bu çalışmada bilinmeyene verilen değeri yazmama hatasına 12 öğrencide rastlandığı görülmüştür. Bilinmeyene verilen değeri yazmama, öğrencilerin değişkenin değeri verilmesine rağmen yerine koymamasıdır. Bu duruma sahip öğrencilerden birisinin kâğıdı:

4) $5n - (6n+4)$ cebirsel ifadesinin $n=2$ için sonucunu bulunuz.

$$-6n - 4$$

$$-1n - 4$$

Şekil 10. Ö₂₇'nin 6.2.1.3. Kazanımıyla İlgili Dördüncü Soruya Yönelik Çözümü

Ö₂₇'nin dördüncü soruya yönelik çözümü incelendiğinde, negatif işareti parantezin içine dağıtarak benzer terimler arasındaki işlemleri doğru yapmasına rağmen bulunduğu ifadede bilinmeyenini değerini yerine yazmayı düşünmemiştir.

Benzer olmayan terimler arasında işlem yapma: Bu çalışmada benzer olmayan terimler arasında işlem yapma hatasına 9 öğrencide rastlandığı görülmüştür. Benzer olmayan terimler arasında işlem yapma, değişkenli ifade ile bir tamsayıyı toplamasıdır. Bu duruma sahip öğrencilerden birisinin kâğıdı:

4) $5n - (6n+4)$ cebirsel ifadesinin $n=2$ için sonucunu bulunuz.

$$5n - (6n+4) =$$

$$1n + 4 = 5n$$



Şekil 11. Ö₄₉'un 6.2.1.3. Kazanımıyla İlgili Dördüncü Soruya Yönelik Çözümü

Ö₄₉'un dördüncü soruya yönelik çözümünü incelendiğinde, bilinmeyen değerini yerine yazmayı düşünmediği bununla birlikte negatif işareti de parantezin içine dağıtmadan tam sayılarda işlem yapmayı göz ardı ederek değişkenler arasında yanlış işlem yaparak en sonunda benzer olmayan 1n ile 4 terimlerini toplamış ve cevabı 5n olarak yanlış bulmuştur.

Cebirsel İfadeler Alt Öğrenme Alanındaki 6.2.1.4. Kazanımına Ait Bulgular

Cebirsel ifadeler alt öğrenme alanındaki “Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.” kazanımına ait bir soru bulunmaktadır. Bu kazanıma dair öğrencilerin başarı frekans ve yüzdesi ile öğrencilerin cevaplarından ortaya çıkan hataların kodlarına ait tablolar ve en sık görülen hataların açıklamaları ile öğrencilerden örnekler sunulmuştur. İlk olarak Tablo 6’da kazanımda yer alan sorunun başarı frekans ve yüzdesi gösterilmiştir.

Tablo 6. “Basit Cebirsel İfadelerin Anlamını Açıklar” Kazanımındaki Sorunun Başarı Frekans ve Yüzde Dağılımları

Sorular	Puan	Yüzde
5)  olmak üzere verilen modellemeyi cebirsel ifade olarak yazınız. = 	47	%43.5

Tablo 6 incelendiğinde, öğrencilerin “Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar” kazanımındaki soruya dair başarı yüzdesinin yaklaşık %43.5 olduğu ve bu kazanımdaki soruda başarının orta seviyede olduğu görülmektedir. Ayrıca, bu soruda öğrencilerin toplamda 2 puan üzerinden aritmetik ortalamasının yaklaşık .87 olduğu hesaplanmıştır. Bu kazanımla ilgili ortaya çıkan hatalar Tablo 7’de verilmiştir.

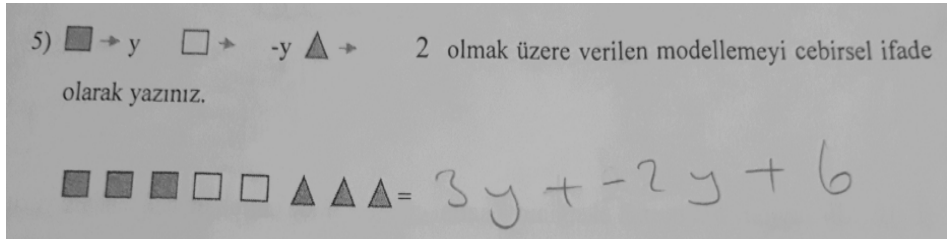
Tablo 7. 6.2.1.4. Kazanımında Öğrencilerde Ortaya Çıkan Hataların Kodları

Kodlar	Frekans
Benzer terimleri en sade hâle getirmeme	30
Tam sayılarda çıkarma işlemi eksikliği	2
Bilinmeyeni yerine yazmama	2
Üslü sayı olarak görme	1

Tablo 7 incelendiğinde, “Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.” kazanımında öğrencilerde ortaya çıkan hatalar toplam 4 kod bulunmaktadır. Bunlardan en sık görülen hatalar, benzer terimleri en sade hâle getirmeme olarak belirlenmiştir. Öğrenciler bu kazanıma ait soruda benzer terimler arasında

işlem yapmadan olduğu gibi bırakmaktadır.

Benzer terimleri en sade hâle getirmeme: Bu çalışmada benzer terimleri en sade hâle getirmeme hatasına 30 öğrencide rastlandığı görülmüştür. Öğrenciler bu kazanıma ait soruda benzer terimler arasında işlem yapmadan olduğu gibi bırakmaktadır. Bu duruma sahip öğrencilerden birisinin kâğıdı örnek olarak verilmektedir.



Şekil 12. Ö₉'un 6.2.1.4. Kazanımıyla İlgili Beşinci Soruya Yönelik Çözümü

Ö₉'un beşinci soruya yönelik çözümü incelendiğinde, modelleme de verilen değişkenleri doğru yazmasına rağmen benzer terimleri en sade hâle getirmeyerek işlemin sonucunu eksik bırakmıştır.

Cebirsel İfadeler Alt Öğrenme Alanındaki 6.2.1.5. Kazanımına Ait Bulgular

Cebirsel ifadeler alt öğrenme alanındaki “Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.” kazanımına ait üç soru bulunmaktadır. Bu kazanıma dair öğrencilerin başarı frekans ve yüzdeleri ile öğrencilerin cevaplarından ortaya çıkan hataların kodlarına ait tablolar ve en sık görülen hataların açıklamaları ile sunulmuştur. İlk olarak Tablo 8’de kazanımda yer alan soruların başarı frekans ve yüzdesi gösterilmiştir.

Tablo 8. “Cebirsel İfadelerle Toplama ve Çıkarma İşlemleri Yapar.” Kazanımındaki Soruların Başarı Frekans ve Yüzde Dağılımları

Sorular	Puan	Yüzde
6) 9k-8km-5 cebirsel ifadesinin terimlerini, katsayılarını ve sabit terimini yazınız. Terimler: Katsayılar: Sabit terim:	179	% 55.2
7) Bir sayının 5 katının 4 eksiğiyle aynı sayının 3 fazlasının 2 katının toplamını bulunuz.	11	% 10.1
8) $(-2x+5) - (8x-3)$ şeklinde verilen çıkarma işlemini yazınız.	18	% 16.6

Tablo 8 incelendiğinde, öğrencilerin “Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.” kazanımındaki 6. soruda başarı yüzdesinin orta

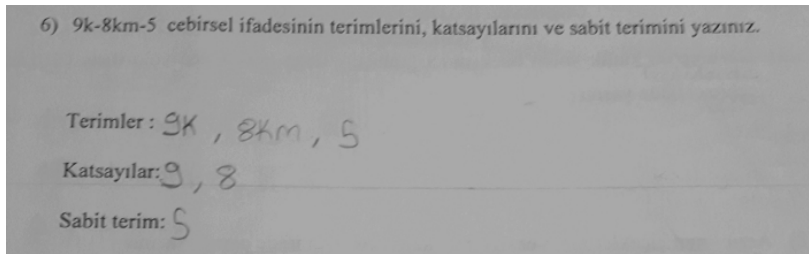
seviyenin üzerinde ve diğer iki soruya göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Ayrıca, bu üç soruda öğrencilerin toplamda $5 \times 2 = 10$ puan üzerinden aritmetik ortalamalarının yaklaşık 3.84 olduğu hesaplanmıştır. Bu da genel olarak kazanımla ilgili başarılarının %38 civarında kaldığını göstermektedir. Bu kazanımla ilgili ortaya çıkan hatalar Tablo 9’da verilmiştir.

Tablo 9. 6.2.1.5. Kazanımında Öğrencilerde Ortaya Çıkan Hataların Kodları

Kodlar	Frekans
Katsayılarda işareti dâhil etmeme	21
Sabit terimde işareti dâhil etmeme	20
Negatif işareti parantez içerisine dağıtmama	20
Parantez eksikliği	15
Terimlerde işareti dâhil etmeme	11
Sabit terimi terimlere dâhil etmeme	11
Sözel ifadenin cebirsel eksikliği	10
Sayıyı parantez içerisine dağıtmama	9
Sabit terimi katsayıya dâhil etmem	7
Benzer olmayan terimlerde işlem yapma	6
Değişkenlerde tam sayıları terime dâhil etmeme	5
Tam sayılarda işlem eksikliği	5
Değişkenleri katsayıya dâhil etme	4
Değişken eksikliği	3

Tablo 9 incelendiğinde, “Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.” kazanımında öğrencilerde ortaya çıkan hatalar toplam 14 kod bulunmaktadır. En sık görülen hatalar sırasıyla, katsayılarda işareti dâhil etmeme, sabit terimde işareti dâhil etmeme ve negatif işareti parantez içerisine dağıtmamadır. Öğrenci yanıtlarda en sık görülen bu hataların açıklamaları örneklerle aşağıda verilmiştir.

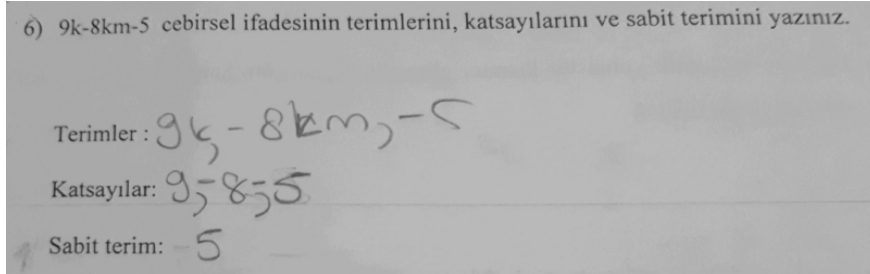
Katsayılarda işareti dâhil etmeme: Bu hataya 21 öğrencide rastlandığı görülmüştür. Katsayılarda işareti dâhil etmeme, öğrenciler katsayılarda sadece doğal sayıları dâhil edip önünde negatif işareti olduğunda işareti dâhil etmemektedir. Bu duruma sahip öğrencilerden birisinin kâğıdı:



Şekil 13. Ö₃₃'ün 6.2.1.5. Kazanımıyla İlgili Altıncı Soruya Yönelik Çözümü

Ö₃₃'ün altıncı soruya yönelik çözümü incelendiğinde, katsayılara sabit terimi dâhil etmemekle birlikte katsayıların önündeki işaretlerle birlikte alınması gerektiğini de (-8 ve -5 gibi) düşünmemiştir.

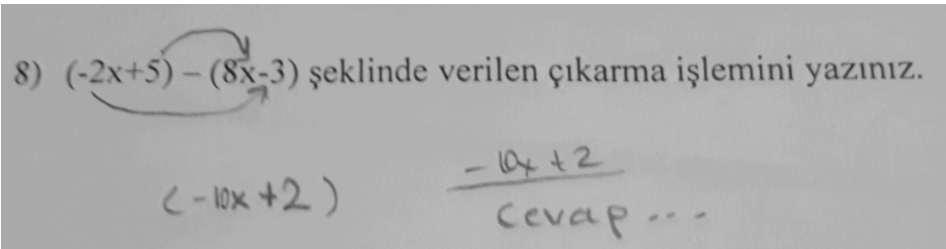
Sabit terimde işareti dâhil etmeme: Bu çalışmada sabit terimde işareti dâhil etmeme hatasına 20 öğrencide rastlandığı görülmüştür. Sabit terimde işareti dâhil etmeme, öğrenciler sabit terimde sadece doğal sayıları dâhil edip önünde negatif işareti olduğunda dâhil etmemektedir. Bu duruma sahip öğrencilerden birisinin kâğıdı:



Şekil 14. Ö₄₄'ün 6.2.1.5. Kazanımıyla İlgili Altıncı Soruya Yönelik Çözümü

Ö₄₄'ün altıncı soruya yönelik cevabı incelendiğinde, sabit terimde sadece doğal sayıyı dâhil ederek işareti ile (-5) yazması gerektiğini düşünmemiştir.

Negatif işareti parantez içerisine dağıtmama: Bu çalışmada negatif işareti parantez içerisine dağıtmama hatasına 20 öğrencide rastlandığı görülmüştür. Negatif işaretin parantez içerisine dağıtmama, parantezin önündeki negatif işareti parantezin içerisindeki her bir terime dağıtılmamasıdır. Bu duruma sahip öğrencilerden birisinin kâğıdı:



Şekil 15. Ö₂₂'nin 6.2.1.5. Kazanımıyla İlgili Sekizinci Soruya Yönelik Çözümü

Ö₂₂'nin sekizinci soruya yönelik cevabı incelendiğinde, negatif işareti parantezin içindeki ikinci terime dağıtmadan işlem yaparak $5-3=2$ sonucunu bulmuş ve cevabı yanlış olmuştur. Öğrencilerde bu durum oldukça sık

görülmektedir.

Cebirsel İfadeler Alt Öğrenme Alanındaki 6.2.1.6. Kazanımına Ait Bulgular

Cebirsel ifadeler alt öğrenme alanındaki “Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.” kazanımı içeren iki soru bulunmaktadır. Bu kazanıma dair öğrencilerin başarı frekans ve yüzdeleri ile öğrencilerin cevaplarından ortaya çıkan hataların kodlarına ait tablolar ve en sık görülen hataların açıklamaları ile öğrencilerden örnekler sunulmuştur. İlk olarak Tablo 10’da kazanımda yer alan soruların başarı frekans ve yüzdesi gösterilmiştir.

Tablo 10. “Bir Doğal Sayı ile Bir Cebirsel İfadeyi Çarpar” Kazanımındaki Soruların Başarı Frekans ve Yüzde Dağılımları

Sorular	Puan	Yüzde
9) İlkay’ın x TL’si vardır. Murat’ın parası İlkay’ın parasının 20 eksiğinin 4 katı olduğuna göre Murat’ın parasını cebirsel olarak en açık hâliyle ifade ediniz.	18	% 16.6
10) Bir sayının 3 katının 2 eksiğinin 4 katını cebirsel ifade olarak en açık hâliyle yazınız.	17	% 15.7

Tablo 10 incelendiğinde öğrencilerin “Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.” kazanımındaki iki soruya dair başarı yüzdelerinin birbirine yakın oldukları ve bu kazanımdaki sorularda başarılarının düşük olduğu görülmektedir. Ayrıca, bu üç soruda öğrencilerin toplamda $2 \times 2 = 4$ puan üzerinden aritmetik ortalamalarının yaklaşık 0.64 olduğu hesaplanmıştır. Buna bağlı olarak bu kazanımla ilgili ortaya çıkan hatalar Tablo 11’de verilmiştir.

Tablo 11. 6.2.1.6. Kazanımda Öğrencilerde Ortaya Çıkan Hataların Kodları

Kodlar	Frekans
Doğal sayıyı paranteze dağıtmama	27
Parantez eksikliği	27
Değişken eksikliği	11
Sözel ifadenin cebirsel yanlışlığı	5
Parantezi yanlış yere koyma	2

Tablo 11’e göre, “Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.” kazanımında öğrencilerde ortaya çıkan hatalar toplam 5 kod bulunmaktadır. En fazla görülen hatalar olan “doğal sayıyı paranteze dağıtmama ve parantez eksikliği” ile ilgili açıklamalar öğrenci yanıtlardan örneklerle aşağıda sunulmuştur.

Doğal sayıyı paranteze dağıtmama: Bu çalışmada doğal sayıyı paranteze dağıtmama hatasına 27 öğrencide rastlanmıştır. Bu hata, cebirsel ifadeyi daha açık hâle getirmek için parantez içerisindeki her bir terime doğal sayının

dağıtılmamasıdır. Bu duruma sahip öğrencilerden birisinin kâğıdı:

9) İlkay 'in x TL' si vardır. Murat'ın parası İlkay'ın parasının 20 eksiğinin 4 katı olduğuna göre Murat'ın parasını cebirsel olarak en açık haliyle ifade ediniz.

$$4 \cdot (x - 20)$$

Şekil 16. Ö₁₉'un 6.2.1.6. Kazanımıyla İlgili Dokuzuncu Soruya Yönelik Çözümü

Ö₁₉'un dokuzuncu soruya yönelik cevabı incelendiğinde, cebirsel ifadeyi yazmasına rağmen doğal sayıyı parantezin içine dağıtmayarak işlemi yarım bırakmış ve en açık hâliyle ifade edememiştir.

Parantez eksikliği: Bu çalışmada parantez eksikliği hatasına 27 öğrencide rastlandığı görülmüştür. Parantez eksikliği, cebirsel ifadenin doğru yazılabilmesi için parantezin kullanılması gereken yerde kullanılmamasıdır. Bu duruma sahip öğrencilerden birisinin kâğıdı:

10) Bir sayının 3 katının 2 eksiğinin 4 katını cebirsel ifade olarak en açık haliyle yazınız.

$$3x - 2 \times 4$$

Şekil 17. Ö₁₆'nın 6.2.1.5. Kazanımıyla İlgili Onuncu Soruya Yönelik Çözümü

Ö₁₆'un onuncu soruya yönelik cevabı incelendiğinde, cebirsel ifadeyi tam anlamıyla doğru yazması için $3x-2$ ifadesini parantezin içerisine alması gerektiğini düşünmemiştir. Parantez eksikliği, birden fazla kazanıma ait sorularda öğrencilerin sıklıkla yaptığı hata kodlarından biridir.

Değişken eksikliği: Bu çalışmada değişken eksikliği hatasına 11 öğrencide rastlandığı görülmüştür. Değişken eksikliği yapan öğrenciler cebirsel ifadelerdeki bilinmeyeni harf veya sembollerle ifade etmesi gerektiğini düşünmemişlerdir. Öğrenciler bilinmeyeni ifade etmeden sadece sayıları kullanmıştır. Örneğin, 9. soruda yer alan İlkay'ın parasının 20 eksiği ifadesinde öğrencinin -20 yazdığı, devamında 4 katı ifadesiyle de 4 ile çarptığı görülerek cebirsel ifadenin açık hâlini -20×4 şeklinde değişken eklemeyen ifade ettiği görülmüştür.

Tartışma ve Sonuç

Bu araştırmadan elde edilen nicel bulgulara göre öğrencilerin cebir öğrenme alanında gösterdikleri başarı düzeylerinin oldukça düşük olduğu tespit edilmiştir. En fazla 24 puan alınabilecek ve toplam 10 açık uçlu sorudan oluşan forma ait genel ortalama yaklaşık 7.6 olarak bulunmuştur. Elde edilen sonuçlara göre, 6. sınıf öğrencileri orta düzeyin oldukça altında bir performans sergilemiştir. Araştırmanın bu sonucunu, cebir alanında öğrencilerin başarılarının düşük olduğunu tespit eden diğer çalışmalar da desteklemektedir (Ak-kaya ve Durmuş, 2006; Çelik, 2007; Ersoy ve Erbaş, 2005; Hoch ve Dreyfus, 2004; Kaya, 2017; Kar, Çiltaş ve Işık, 2011; Macgregor ve Stacey, 1997; Özarslan, 2010; Sakonidis ve Bliss, 1990; Stacey ve MacGregor, 2000; Yenilmez ve Avcu, 2009). Hoch ve Dreyfus (2004), cebir içerisinde yer alan değişken kavramı ile parantez işaretinin etkisini incelediği çalışmasında, öğrenci başarılarının istenen düzeyde olmadığını görmüştür. Sakonidis ve Bliss (1990) çalışmasında ise, 3. 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin, sorularda harfli sembol kullandıklarını fakat değişken kavramında sadece işlemleri yaptıklarını tespit etmişlerdir. Bu çalışmalara benzer olarak yapılan çalışmada da öğrencilerin cebir alanında başarılarının düşük olduğu, değişken kavramında öğrencilerin problem yaşadığı ve parantez işaretiyle ilgili problemleri çözerken eksiklikler yaşadıkları görülmüştür.

Nitekim cebir öğrenme alanında yer verilen hemen hemen her bir kazanım açısından öğrenci başarıları ele alındığında seviyelerin düşük olduğu görülmektedir. Araştırmada sadece “Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.” kazanımına ait soru ile “Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemi yapar.” kazanımında yer alan terim, katsayı ve sabit terimlerin öğrenimine yönelik sorudaki aritmetik ortalamanın diğer kazanımlara göre daha yüksek olduğu ortaya çıkmıştır. Kaya'nın (2017) çalışmasında ise en düşük başarı değerinin basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar kazanımına ait olması bu araştırmanın sonucuyla çelişmektedir.

Araştırmadan elde edilen nitel bulgular ise her kazanıma dair öğrencilerde ortaya çıkan hatalara göre kodlanarak en sık görülen kodların açıklamaları ile yapılmıştır. Öğrenciler, sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade veya verilen cebirsel ifadeye uygun sözel durum yazma kazanımında cebirsel ifadeyi belirtirken değişken kullanmamış, değişkenle belirtmeleri durumunda da cebirsel ifadeyi sözel sıralamaya uygun olarak yazmışlardır. Araştırmanın bu sonucuna paralel olarak alanyazında öğrencilerin cebirde

değişken kavramını anlamada zorluk çektiği ve çeşitli yanlışlara sahip olduklarını belirten çalışmalar da vardır (Akkaya ve Durmuş, 2015; Dede, 2004; Dede, Yalın ve Argün, 2002; Ersoy ve Erbaş, 2005; Macgregor ve Stacey, 1997). Akkaya ve Durmuş (2015) çalışmalarında öğrencilerin cebirde harflerin kullanımı anlamında, değişkenlerle ilgili bir takım kavram yanlışlarının olduğunu tespit etmiştir. Dede (2004) yaptığı araştırmanın sonucunda öğrencilerin, değişken kavramına yönelik becerilerinin yetersiz olduğunu belirtmiştir. Bir diğer bulgu ise öğrencilerin cebirsel ifadeyi yazarken işlem önceliğine göre parantez kullanımının önemi ile parantezin kullanılması gereken yerde kullanılmadığında cebirsel ifadenin farklı sözel ifade belirttiğinin önemini kavrayamamalarıdır. Blando, Kelly, Schneider ve Sleeman (1989), ortaokul öğrencilerinde görülen aritmetiksel hatalarda işlem önceliğinin yaygın olarak görüldüğünü tespit etmişlerdir. İşlem önceliği cebir öğrenimine katkı sağlayan bir yandan da aritmetiksel işlem becerisini geliştiren bir öneme sahiptir (Boulton-Lewis, Cooper, Pillay ve Wilss, 1998; Linchevski ve Livneh, 1999). Linchevski ve Livneh (1999) cebirsel ifadelerde yaşanan hatalarda işlem önceliğinde olduğu gibi benzer şekilde aritmetiksel işlemlerde de olduğunu gözlemlemiştir.

Elde edilen bir diğer bulgu, “Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.” kazanımında öğrencilerin bilinmeyene verilen değeri yerine yazmadan işlem yapmaya çalışmaları ve benzer olmayan terimler arasında işlem yapmaları olmuştur. Öğrencilerin benzer olmayan terimler arasında işlem yapması sonucu Akkaya ve Durmuş’un (2006) çalışmasındaki sonuçla da örtüşmektedir. Akkaya ve Durmuş’un (2006) çalışmasında, $2a+5c$ ifadesini öğrencilerin genellikle 2 armut 5 ceviz olarak algıladıkları, sonucu da 7 meyve olarak ifade ettikleri ortaya çıkmıştır. Bu da sonucun iki farklı değişkeni toplayarak bulunamayacağını görmemelelerinden kaynaklanmaktadır. Bununla birlikte Soylu’nun (2008) çalışmasında öğrencilerin değişkene sayısal değer vermede dikkatli olmadıkları ve yorumlama hatalarının olduğunu belirtmesi de bu kazanıma ait ortaya çıkan sonuçları desteklemektedir. Öğrencilerin verilen değeri yerine yazmaları durumunda da tam sayılarda çıkarma işlemini unuttukları, sadece büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarmaları gerektiği düşüncesine sahip oldukları fark edilmiştir. Araştırmanın bu sonucuyla ilgili alanyazında öğrencilerin hem tam sayı kavramını algılama hem de tam sayılarla işlem yapma konusunda yaşadıkları sorunlara ilişkin bazı çalışmalara yer verilmektedir (Bostan, 2010; Hativa ve Cohen, 1995). Öğrencilerin tam sayılarda yaşadığı sıkıntıların nedeninin bu konu

öğrenilirken öncelikle pozitif sayılara yer verilmesine rağmen negatif sayılara da yer verilmesi gerektiğinin sezdirilmemesidir (Altun, 2006).

Araştırmadan elde edilen başka bir sonuç ise basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklamada, öğrencilerin benzer terimleri en sade hâle getirememesidir. Bu kazanımda öğrencilerin hatalarının cebirsel ifadenin anlamını tam olarak bilmemelerinden kaynaklandığı söylenebilir. Dede, Yalın ve Argün'ün (2002) çalışmasında öğrencilerin cebirdeki değişken kavramını ne şekilde kullanacaklarını anlamamaları bu kazanımdaki bulguyu destekler niteliktedir. Elde edilen bir diğer sonuç da cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yaparken öğrencilerin katsayılar, sabit terimde ve terimlerde işareti dâhil etmemeleridir. Öğrencilerin, toplama ve çıkarma işlemi yapmaları gereken sorularda oldukça zorlandıkları, değişkenleri dikkate almadan doğal sayılar işlemine dönüştürmeleri, negatif işareti parantezin içerisine dağıtamadıkları için işlemleri doğru yapsalar dahî doğru sonucu bulamadıkları fark edilmiştir. Alanyazın incelendiğinde, Soylu'nun (2008) çalışmasında öğrencilerin değişkeni önemsemeyen doğal sayılar işlemine dönüştürerek soruyu çözme çabaları araştırmadan elde edilen bu bulguyu desteklemektedir.

Son olarak elde edilen bir başka sonuç ise “Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.” kazanımında öğrenciler çoğunlukla doğal sayıyı paranteze dağıtmada ve parantez kullanmada hatalara düşmektedirler. Buna göre öğrencilerin cebirsel ifadelerle ilgili işlem yapmakta zorlandıkları söylenebilir. Araştırmanın bu sonucu Kaya (2017) tarafından yürütülen çalışmanın sonucuyla benzerlik göstermektedir. Kaya'nın (2017) çalışmasında da bu kazanıma dair iki farklı problem cümlesinin bulunduğu öğrenci çözümlerinde puan ortalamasının oldukça düşük olduğu görülmüştür. Kocakaya-Baysal (2010) tarafından yürütülen çalışmada ise öğrencilerin cebirsel ifadelerdeki harfi algılamadığı, işlem önceliği ve parantez içeren işlemlere dikkat etmediği sonuçları ile de araştırmanın bu sonucu örtüşmektedir.

Sonuç olarak bütün verilerin değerlendirilmesiyle öğrencilerin cebir öğrenme alanındaki başarılarının beklenen düzeyin oldukça altında kaldığı görülmektedir. Bununla birlikte cebir öğrenme alanındaki beş kazanıma dair öğrencilerde birçok hata tespit edilmiştir. Bu çalışmada verilerden elde edilen bulgular ve yapılan analizlerden sonra ulaşılan sonuçlar ışığında şu öneriler getirilebilir:

Elde edilen sonuçlara göre öncelikle öğretmenlerin cebirsel ifadeler alt öğrenme alanındaki kavramları öğrencilerine öğretirken ortaya çıkabilecek

hataları dikkate alarak önlem almaları önerilmektedir. Bunun için öncelikle, öğretmenler öğretimde her öğrencinin bireysel farklılıklarına dikkat etmelidir. Öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeylerindeki farklılıklar da göz önünde bulundurularak öğretim gerçekleştirilmelidir. Öğrencinin cebirsel anlama sürecini içselleştirmesi için öğretmen süre vermelidir ki öğrencilerde ortaya çıkabilecek hatalara karşı önlem oluşturabilme sağlanabilsin. Ayrıca, öğrencilere öğretilen kavramların daha kolay algılanabilmesi ve öğrencilerin hataya düşmesi için, somut materyal, görsel öğeler devamında en son matematiksel semboller kullanılabilir. Öğretmenlerin öğrencilerin hataya yönelebileceği noktalarda önceden öğretimsel değişiklikler yapması da önemlidir. Böylece öğrencilerde oluşabilecek hataların minimum seviyeye indirilmesi sağlanabilir.

Kavram öğretiminde öğrencilerin önceki öğrenmelerinin dikkate alınması da olası hataların farkına varılması adına önem taşımaktadır. Örneğin, “Bir doğal sayı ile cebirsel ifadeyi çarpar.” kazanımında öğrencilerin çoğunlukla doğal sayıyı parantezin içine dağıtmadığı görülmektedir. Aynı öğrencilerin çoğunlukla başka kazanımlardaki sorularda paranteze dağıtma gerektiren durumlarda doğru yapmalarına rağmen son kazanıma ilişkin iki soruda bunu soru içerisindeki eksik ibareden dolayı yapamadıkları görülmüştür. Bu iki soruya ait sözel ifade MEB kitabından birebir alındığı için, MEB kitaplarında bu kazanıma dair soruların daha anlaşılır bir şekilde yazılmasına dikkat edilmesi önerilmektedir. Bununla birlikte, öğretmenlerin cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alabileceği farklı değerlerin sonuçları ile ilişkilendirerek göstermesi öğrencilerin cebirsel ifadenin değerini bulma kazanımını daha anlamlı öğrenmelerine katkı sağlayabilir. Bu yüzden matematik öğretmenlerinin öğrencilerin anlamalarını daha kolay hâle getirebilmek için cebirsel ifadeleri günlük hayatla bağdaştırarak değişken kavramını anlamalarına ilişkin öğretim yöntem ve tekniklerini kullanmaları önerilebilir. Öncelikle öğrencilerin çabasını esas alan etkinlik temelli öğretimin uygulanması, somut materyallerin ön planda olduğu ve öğretim sürecinde iş birlikli öğrenme, küçük grup tartışması, sınıf içi tartışma ortamlarının oluşabileceği tekniklerin kullanımı kavramların öğrenilmesinde etkili olacaktır. Ayrıca probleme dayalı öğrenme modeli gibi yöntemlerin kullanımı da öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin gelişimine katkıda bulunarak kavramları anlamalarında kolaylık sağlayabilecektir. İlerideki çalışmalarda katılımcılarla görüşmeler yapılarak cebirle ilgili hatalarının daha detaylı analizi nedenleriyle birlikte araştırılabilir.

Kaynakça

- Akgün, L. (2007). *Değişken kavramına ilişkin yeterlilikler ve değişken kavramının öğretimi*. Yayımlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(31), 1-12.
- Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2015). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışlarının giderilmesinde çalışma yapıklarının etkiliği. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 27(27), 7-26.
- Akyüz, G. ve Hangül, T. (2014). 6. sınıf öğrencilerinin denklemler konusunda sahip oldukları yanlışların giderilmesine yönelik bir çalışma. *Kuramsal Eğitim Bilim Dergisi*, 7(1), 16-43.
- Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 223-238.
- Altun, T. (2007). Information and communications technology (ICT) in initial teacher education: What can Turkey learn from range of international perspectives? *Journal of Turkish Science Education*, 4(2), 45-60.
- Aşkar, P. (1986). Matematik dersine yönelik tutumu ölçen likert tipi bir ölçeğin geliştirilmesi. *Eğitim ve Bilim*, 11(62), 31-36.
- Aydın, B. (2003). Bilgi toplumu oluşumunda bireylerin yetiştirilmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(14), 183-190.
- Bal, A. P. ve Karacaoğlu, A. (2015). An attitude scale improving study in the context of elementary school algebra course. *Journal of Theory & Practice in Education (JTPE)*, 11(4), 1258-1271.
- Biber, Ç., Tuna, A. ve Korkmaz, S. (2013). The mistakes and the misconceptions of the eighth grade students on the subject of angles. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 1(2), 50-59.
- Blando, J. A., Kelly, A. E., Schneider, B. R. ve Sleeman, D. (1989). Analyzing and modeling arithmetic errors. *Journal of Research in Mathematics Education*, 20(3), 301-308.
- Booth, L. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. A. F. Coxford ve A. P. Shulte, (Ed.), *The ideas of algebra K-12* içinde (20-32). VA: Yearbook. Reston.
- Booth J. L., McGinn K. M., Barbieri C. ve Young L. K. (2017). Misconceptions and learning algebra. Stewart S. (Ed.), *And the rest is just algebra* içinde (65-78). Cham: Springer.
Doi:10.1007/978-3-319-45053-7_4
- Bostan, M. I. (2010). Negatif sayılara ilişkin zorluklar, kavram yanlışları ve bu yanlışların giderilmesine yönelik öneriler. E. Bingölbali ve M. F. Özmentar, (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (2. baskı) içinde (155-186). Ankara: Pegem Akademi.
- Boulton-Lewis, G., Cooper, T. J., Atweh, B., Pillay, H. ve Wilss, L. (1998). Pre-algebra: A cognitive perspective. A. Olivier ve K. Newstead, (Ed.), *Proceedings of the 22nd International Conference for Psychology of Mathematics Education* içinde (144-151). Stellenbosch: Program Committee.
- Bush, S. B. ve Karp, K. S. (2013). Prerequisite algebra skills and associated miscon-

- ceptions of middle grade students: A review. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(3), 613-632.
- Creswell, J. W. (2003). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (2. baskı). Thousand Oaks: Sage.
- Çelik, D. (2007). *Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Dede, Y. (2004). Öğrencilerin cebirsel sözel problemleri denklem olarak yazarken kullandıkları çözüm stratejilerinin belirlenmesi. *Eğitim Bilimleri ve Uygulama*, 4(6), 175-192.
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24), 180-185.
- Dede, Y. ve Peker, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamaları: Matematik öğretmen adaylarının bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri. *İlköğretim Online*, 6(1), 35-49.
- Dede, Y., Yalın, H. İ. ve Argün, Z. (2002). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanlışları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, 16-18 Eylül, ODTÜ. Ankara.
- Dindyal, J. (2003). *Algebraic thinking in geometry at high school level*. Yayınlanmamış doktora tezi, Illinois State University.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B. ve Ersoy, Y. (2010). Öğrencilerin basit doğrusal denklemlerin çözümünde karşılaştıkları güçlükler ve kavram yanlışları. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 44-59.
- Ernest, P. (1994). *Mathematics, education and philosophy: An international perspective*. Washington: The Falmer Press.
- Ersoy, Y. ve Erbaş, A. K. (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup Türk öğrencinin genel başarısı ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim Online*, 4(1), 18-39.
- Fui, C. S. ve Lian, L. H. (2018). The effect of computerized feedback on students' misconceptions in algebraic expression. *Pertanika Journal of Social Science & Humanities*, 26(3), 1387-1403.
- Greene, J. C., Caracelli, V. J. ve Graham, W. F. (1989). Toward a conceptual framework for mixed-method evaluation designs. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 11(3), 255-274.
- Hativa, N. ve Cohen, D. (1995). Self-learning of negative number concepts by lower division elementary students through solving computer-provided numerical problems. *Educational Studies in Mathematics*, 28, 401-431.
- Herscovics, N. ve Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 59-78.
- Hoch, M. ve Dreyfus, T. (2004). Structure sense in high school algebra: The effect of brackets. M. J. Hoines ve A. B. Fuglestad, (Ed.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* içinde (49-56). Bergen: PME.
- Kar, T., Çiltaş, A. ve Işık, A. (2011). Cebirdeki kavramlara yönelik öğrenme güçlükleri üzerine bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 19(3), 939-952.
- Kaya, D. (2017). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeylerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies*, 1(1), 47-59.

- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. D. Grouws, (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* içinde (390-419). New York: Macmillan Publishing Company.
- Kocakaya-Baysal, F. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin (4-8. sınıf) cebir öğrenme alanında oluşturdukları kavram yanlışları*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Linchevski, L. ve Livneh, D. (1999). Structure sense: the relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 40(2), 173-196.
- MacGregor, M. ve Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, 33(1), 1-19.
- Miles, M. B. ve Huberman, M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded Sourcebook* (2.baskı). London: Sage Publications.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2013). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı 5-8. sınıflar*. Ankara: MEB.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2008). *Algebra: What, when, and for whom* (A position of National Council of Teachers of Mathematics). <https://www.nctm.org/>
- Özarlan, P. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel sözel problemleri denklemler kurma yoluyla çözme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü.
- Palabıyık, U. ve Akkuş, İ. O. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 111-123.
- Perso, T. (1992). Making the most of errors. *Australian Mathematics Teacher*, 48(2), 12-14.
- Philipp, R. (1992). The many uses of algebraic variables. *The Mathematics Teacher*, 85(7), 557-561.
- Radford, L. (2010). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education*, 12(1), 1-19.
- Sakonidis, H. ve Bliss, J. (1990). Children's writing about the idea of variable in the context of formula. *The Proceedings of the Annual Conference of the International Group for The Psychology of Mathematics Education with The North American Chapter 12th PMEANA Conference* içinde (133-140). Mexico: PME.
- Soylu, Y. (2006). Öğrencilerin değişken kavramına vermiş oldukları anlamlar ve yapılan hatalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 211-219.
- Soylu, Y. (2008). 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeleri ve harf sembollerini (değişkenleri) yorumlamaları ve bu yorumlamada yapılan hatalar. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25, 237-248.
- Stacey, K. ve MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *Mathematics Teacher*, 90, 110-114.
- Stacey, K. ve MacGregor, M. (2000). Learning the algebraic method of solving problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(2), 149-167.
- Stafslie, C. (2001). *Gender differences in achievement in mathematics*. http://www.math.wisc.edu/~weinberg/MathEd/Gender_Term_Paper.doc

- Ubuz, B. (1999). 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(17), 95-104.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24), 234-243.
- Uyungör, S. M. ve Dikkartın-Övez, F. T. (2012). İlköğretim altıncı sınıf matematik dersi öğretim programı cebir öğrenme alanı kazanımlarına ulaşılma düzeyi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(1), 1-22.
- Uzuner, F. G. (2019). *İlkokul öğrencilerinin matematiksel problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde oryantiringin etkisinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Toros Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.
- Yazıcı, E. (2004). *Öğrenme stilleri ile ilköğretimde beşinci sınıf matematik dersindeki başarı arasındaki ilişki*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Yenilmez, K. ve Avcu, T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37-45.
- Yenilmez, K. ve Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229-246.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.